浙江大学2006-2007学年春夏学期《线性代数》期末试卷

1. 填空题（24分）

1. 多项式中的的系数是 4 ，的系数是 -12 。

**解** 的系数即为行列式对角线4项相乘的系数，所以系数是4。记本题的行列式为，则含的项为：

和

所以的系数为-12。

2. 向量组的极大线性无关组是 ，用此极大线性无关组表示其余的向量 。

3. 设矩阵，且，则 。

**解一**

因为，所以且。

**解二** 在上面的求解过程中，变换到下面矩阵时采用另一种做法。

因为，所以且。

这是参考答案的解法

**解三**

因为，所以且。

4. 设A，B都是3阶矩阵，满足，且A的特征值为2，3，0，则B的特征值是 。

5. 二次型，它的矩阵是 ，它是 定二次型。

1. 计算题
   1. （10分）计算行列式： 
   2. （16分）设欧氏空间的一组向量
      1. 求证：是的一组基；
      2. 把改造成的标准正交基；
      3. 求由基到基的过渡矩阵；
      4. 向量在基下的坐标是，求向量在基下的坐标。
   3. （10分）设线性方程组 与 有公共解，求的值及所有公共解。
   4. （10分）设，，，求A的特征值和特征向量。

**解** 因为，所以3是的特征值，是的属于特征值3的特征向量。又因为，则，由此可知0是的特征值，且所对应的齐次线性方程组的基础解系向量个数为2，这说明0是的特征多项式的二重根，因此的3个特征值为：。

因为

将代入齐次线性方程组，解之得基础解系为

故属于特征值0的特征向量为：，其中不同时为0。

* 1. 设A是3阶实对称矩阵，特征值，属于特征值的特征向量为，求
     1. 属于特征值的特征向量；
     2. 矩阵A。

**三、证明题**

1． 设是阶矩阵，满足，求证：可逆，并求出。

**证明** 因为，所以，于是。从而

可逆，且

2． 设是欧氏空间，是中的非零向量，是中的个向量，求对于任意的，当时，，求证：是线性无关的。